

## MAA2/ARVIOITAVAT TEHTÄVÄT

1. Funktio  $f$  on määritelty kokonaislukujen joukossa ja toteuttaa kaikilla  $n$ :n arvoilla yhtälön

$$f(n) + f(n + 3) = n^2.$$

Määritä  $f(28)$ , kun tiedetään, että  $f(19) = 94$ .

2. Käyttämättä laskinta osoita oikeaksi tai vääräksi väite:

$$\sqrt[3]{26 - 15\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$$

3. Ratkaise epäyhtälö  $\frac{ax - a}{2} > x - \frac{1}{3}$

4. Kaksi rekkaa lähtee Milanosta iltahämärissä tasan klo 21.00 kohti Vipitenoa. Kustaan ajokissa vauhdinrajoitin ei toimi ja hän pitää yllä 13 km/h suurempaa keskivauhtia kuin hitaammin kiirehtivä Tuomas. Niinpä saapuu Kustaa tarkalleen 39 minuuttia ennen Tuomasta Vipitenon tulliaseman portille. Laske minuutin tarkkuudella, paljonko kello on Tuomaksen saapuessa tulliaseman portille, kun sanottu ajomatka on 330 km.

5. Autotehtaassa on koottava 252 autoa osista. Jos työkuunta A työskentelee yhdessä työkuunta B:n kanssa, urakka on valmis 12 päivässä, kun tehdään 8 tunnin työpäiviä. Kun kumpikin työkuunta erikseen saa valmiiksi saman urakan, niin B tekee työn 7 työpäivää nopeammin kuin työkuunta A. Kuinka pitkän ajan työkuunta B käyttää yhden auton kokoamiseen? (40 min)

6. Öljyllä täytetyn pullon massa on 175 g. Pullosta kaadetaan öljyä pois tasan yksi desilitra ja saadaan punnitustulokseksi 85 g. Pullo tyhjennetään ja pestään huolella, minkä jälkeen se täytetään puhtaalla vedellä. Vaaka osoittaa nyt 188 g lukemaa. Määritä tyhjän pullon massa. (58 g)

7. Tiedetään, että  $x$ ,  $y$  ja  $z$  ovat reaalityyppisiä lukuja. Lisäksi tiedetään, että

$$(x + y + z)^2 = 3(xy + xz + yz)$$

Todista tämän nojalla, että tällöin välttämättä  $x = y = z$  eli kaikki kolme lukua ovat keskenään yhtä suuret.

8. Osoita, että lauseketta  $\frac{a^2 - 1}{a^2 + 2a}$  ei voi kaksosella supistaa, sijoitetaanpa  $a$ :n paikalle mikä kokonaisluku tahansa (sulkiin luonnollisesti pois mielettömät tapaukset  $a = 0$  tai  $a = -2$ ).

9. Toisen asteen yhtälössä  $ax^2 + bx + c = 0$  kaikki kertoimet ovat nollasta eroavia ja sen juuret ovat  $m$  ja  $t$ . Muodosta se toisen asteen yhtälö, jonka juuret ovat  $\frac{m}{t}$  ja  $\frac{t}{m}$ . ( $acx^2 + (2av - b^2)x + ac = 0$ )

10. Etsi kaikki ne  $x$ :n positiiviset kokonaislukuarvot, että lauseke  $\frac{x^2 - 2x + 3}{x - 3}$  supistuu kokonaisluvuksi (ei väliä, onko se positiivinen vai negatiivinen). (1, 2, 4, 5, 6 tai 9)

11. On ratkaistava yhtälö  $x^4 - 4x^3 + 4x^2 + x = 2$ . Tehtävä on vaikea. Onneksi tiedetään yhtälön kahdesta juuresta sen verran, että niiden summa on 3 ja niiden tulo on 2. Ratkaise yhtälö täydellisesti. (1 tai 2 tai  $\frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{5})$ )

12. Ratkaise epäyhtälö  $2x + 1 > |x|$ .

13. Ratkaise  $b$  yhtälöstä  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ . Osoita tämän jälkeen, että jos  $a > 0$  ja  $f < 0$ , niin aina on  $b < 0$ . Jos  $f > 0$ , millä ehdolla tällöin  $b < 0$ ?

14. Tehdas nosti valmistamansa tuotteen kappalehintaa  $p$  %, mutta silti tuotteen menekki kasvoi  $(2p + 3)$  %. Määritä  $p$  kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella, kun tiedetään, että tehtaan myyntitulot lisääntyivät  $4p$  % tullen tällöin lähes kolminkertaisiksi. ( $p = 45.2$ )