

6 Johdatus klassiseen todennäköisyyteen

The word "probably" is frequently used in everyday life. We say "It will probably snow today", "Our class will probably win this game", "The test of this course will probably be very hard" and so on. Such statements always imply a state of partial ignorance about the outcome of some event; we do not say "probably" about something whose outcome we know. The theory of probability tries to express more precisely just what our state of ignorance is. We say that the probability of getting a head in one toss of a coin is $\frac{1}{2}$ and similarly for a tail. We mean by this that there are two possible outcomes of the experiment and that we have no reason to expect one outcome more than the other; therefore we assign equal probabilities to the two possible outcomes.

The theory of probability has many applications in the physical sciences. It is of basic importance in quantum mechanics, kinetic theory, and statistical mechanics. It is needed in any problem dealing with large numbers of particles or variables where it is impossible to have complete information, such as radioactive decay, information theory or kinetic gas theory (1 mole of ideal gas = $6.022 \cdot 10^{23}$ particles!). Also, since physical measurements are always subject to error, probability theory is needed in theory of errors.

Jos historiatietoon voi luottaa, todennäköisyyslaskenta syntyi 1600-luvulla lähinnä ranskalaisten matemaatikkojen Blaise Pascalin ja Pierre Fermat'n toimesta. Eräs uhkapelejä harrastava aatelismies de Mere kuului kirjoittaneen Pascalille kahdesta ongelmastaan:

- Noppaa heitetään neljä kertaa ja tutkitaan kahta tulosmahdollisuutta: joko silmäluku 6 esiintyy ainakin kerran tai sitten ei esiinny yhtään kertaa. Kokemuksen mukaan ensimmäisen vaihtoehdon puolesta kannatti sijoittaa panoksensa.
- Heitetään kahta noppaa 24 kertaa ja tutkitaan, esiintyykö kuutospari ainakin kerran vaiko ei esiinny kertaakaan 24 heiton sarjassa. Ilmiön pitkäaikainen seuraaminen osoitti, että nyt kannatti lyödä vetoa sen puolesta, ettei kuutospari esiinny kertaakaan.

Pascalin ja Fermat'n kirjeenvaihdon perusteella pystyynrakennettiin **klassisen todennäköisyyslaskennan** perusteet. Myöhemmin todennäköisyyslaskentaa laajennettiin **tilastolliseen** suuntaan. Alkava vakuutustoiminta (lähinnä rahtilaivat) joku sata vuotta sitten perustui arvatenkin siihen ajatteluun, josta tilastollinen

todennäköisyyslaskenta sitten muotoutui. Nykymatematiikan käsitteitä tuskin tuolloin tunnettiin tai käytettiin, mutta käyttämällä kenties pienen ahneudenpaholaisen stimuloimaa tervettä järkeä vakuutusmaksujen määräytyminen sujui kyllä.

Jotkut arkielämän ilmiöt ovat niin säännönmukaisia, että niiden lopputuloksen ennustaminen on ehdottoman varmaa. Jos pudotetaan tavallinen arpakuutio metrin korkeudelta lattiaan, sen putoamisaika on melko ahtaalla vaihteluvälillä aina sama toistetaanpa pudotuskoe samanlaisissa olosuhteissa miten monta kertaa tahansa. Tällaista ilmiötä kutsutaan **deterministiseksi** (= ehdottomasti määrätty) tai **eksaktiksi** (= tarkka). Jos putoamisajan sijasta tarkastellaan nopan antamaa silmälukua, sen tarkka ennustaminen on mahdotonta. Tällaiset ilmiöt (esimerkiksi syntyvän lapsen sukupuoli tai ihmisen sairastuminen keuhkosityöpään) ovat tutkimuskohteina paitsi fysiikassa myös lääketieteessä ja monissa käyttäytymistieteissä ja niitä kutsutaan **stokastiseksi** (= sattumanvarainen). **Yksittäinen tapahtuman tarkka ennakointi on mahdotonta, mutta tapahtuman toistuessa hyvin monta kertaa keskimääräinen tulos on ennustettavissa.** Jos heität tavallista noppaa 600000 kertaa, jokainen kuudesta silmäluvusta on esiintynyt keskimäärin 100000 kertaa.