MAA6 HARJOITUSTEHTÄVIÄ

1. Erään lukioluokan erään englannin kurssin arvosanat jakaantuvat seuraavasti:

x	4	5	6	7	8	9	10
f	3	6	6	5	7	4	1

Määritä kurssiarvosanojen a) tyyppiarvo b) mediaani ja c) aritmeettinen keski-arvo sekä d) piirrä jakaumasta janadiagrammi.

2. Autonkuljettaja Reijo Puttosella oli vastustamaton halu pelata kaikenlaisilla raha-automaateilla, pajasoilla, yksikätisillä rosvoilla jne. Erään huoltoaseman hoitaja oli pannut merkille, että lakisääteistä taukoa pitäessään Puttonen ei ikinä päässyt peliautomaattirivistön ohi, ja päätti oikein kirjallisesti seurata, kuinka Puttoselle käy. Puttonen ajo näet vakituista linjaa ja poikkesi joka kerran kyseisellä asemalla, joten seuraaminen oli helppoa. Oheisessa tilastossa on kuukauden päivämäärä ja Puttosen joko voittama (+) tai häviämä (–) rahasumma:

pvm	1	2	4	5	6	7	8	11	12	13	14
voitto/ tappio [€]	+10	–20	–32	+5	+22	–42	–20	+ 6	+16	–37	–19
pvm	17	19	20	21	22	23	24	27	29	30	31
voitto/ tappio [€]	+4	–16	+14	+88	–6	–18	+38	–46	+2	+3	–41

Laadi luokiteltu frekvenssitaulukko käyttäen luokkajakoa: $-50\ € \leq x < -40\ €$, $-40\ € \leq x < -30\ €$, $-30\ € \leq x < -20\ €$, $-20\ € \leq x < -10\ €$, $-10\ € \leq x < 0\ €$, $0\ € \leq x < 10\ €$, $10\ € \leq x < 20\ €$, $20\ € \leq x < 30\ €$, $30\ € \leq x < 40\ €$, … jne.

a) piirrä jakauman histogrammi,
b) mikä oli Puttosen keskimääräinen voitto/tappio pelipäivää kohden
c) Määritä jakauman tyyppiarvo.

3. Pakollisen laajan matematiikan ylioppilaskirjoitusten tulokset keväällä 1991

Arvosana	poikia	tyttöjä	YHTEENSÄ
Laudatur	1617	584	
magna cum laude	1308	784	
cum laude	1439	1065	
lubenter	1061	767	
approbatur	673	414	
improbatur	549	394	

Piirrä sekä poikien että tyttöjen että koko abiturienttijoukon arvosanajakaumien histogrammit.

4. Laske tehtävän 1 englannin kurssiarvosanojen keskihajonta. Huomaa, että tehtävä ei tarkoita, että tulisi laskea kokonaislukujen 4, 5, 6, 7, 8 , 9 ja 10 keskihajonta.

5. Haastateltiin kymmenen umpimähkään valittua 54-vuotiasta työelämässä olevaa miestä. Tarkoituksena oli tutkia koulutuksen ja palkkatason välistä korrelaatiota. koulutus on mitattu luokitusasteikon tasolla niin, että pienin numero merkitsee alinta koulutustasoa, ja henkilöt ovat suorittaneet opintonsa ennen peruskoulu-järjestelmään siirtymistä:
Kansakoulu – ei ammattitutkintoa
Kansakoulun jälkeinen ammattikoulu, kauppakoulu tai vastaava
Keskikoulu ja sen jälkeinen opistotason koulutus
Ylioppilas, mutta korkeintaan alempi korkeakoulututkinto
Ylempi korkeakoulututkinto

Koulutustaso	Kuukausipalkka [€]
1	1400
1	1900
2	2150
2	3880
3	2200
3	2590
4	2930
4	3710
5	4030
5	5270

Piirrä koordinaatistoon pistepari, jossa vaakakoordinaatti ilmoittaa koulutustason ja pystykoordinaatti kuukausipalkan. Näyttääkö tämän haastattelun mukaan koulutus-tason ja kuukausipalkan välillä olevan korrelaatiota.

Jos käytössäsi on taulukkolaskentaohjelma, yritä määrittää regressiosuoran yhtälö.
Laske Pearsonin tulomomenttikerroin.

6. Luokassa oli 20 tyttöä ja 12 poikaa. Tytöillä oli todistuksessa lukuaineitten keski-arvo 8.62 ja pojilla 7.77. Mikä oli luokan lukuaineitten keskiarvo?

7. Alla olevassa taulukossa on ylärivillä kuukauden järjestysnumero ja alarivillä erään omakotitalon sähköenergian kulutus tuhansina kilowattitunteina eli megawattitunteina:

kk	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
MWh	4	3.7	2.1	1	0.6	0.6	0.5	0.8	0.9	1	1.9	2.3
Σ												

Piirrä energiankulutuksen summakäyrä ja arvio, milloin vuotuisesta sähkön-kulutuksesta oli puolet käytetty. Laske perheen vuotuinen sähkölasku, kun kilowattitunnin hinta on 9.15 senttiä ja kuukausittain on maksettava kiinteätä maksua 9 euroa. Paljonko on sähkölasku keskimäärin kuukaudessa.

8. Tavallista 6-kanttista noppaa heitetään kerran. Millä todennäköisyydellä silmäluku on a) kaksi b) vähintään 2 c) pariton d) korkeintaan 3 e) ei ole 1 eikä 6?

9. Tavallisesta 52 kortin pakasta otetaan umpimähkään 1 kortti. Millä todennäköisyydellä se on a) pataa b) numeroarvoltaan 10 c) patakymppi d) numeroarvoltaan vähintään 6, mutta enintään 10 (5/13)

10. Tikka osuu tavalliseen tikkatauluun. Koska erilaiset pisteitä antavat tulosmahdollisuudet muodostavat joukon E = {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}, niin onko esimerkiksi
P{saadaan 5} = 1/10? Perustelu esitettävä!

11. Jääkaapin sisältönä on pelkästään 10 kpl 2 dl avaamattomia jogurttipurkkeja, joista kahden sisältö on pilaantunut. Helena ottaa kaapista umpimähkään yhden purkin. Millä todennäköisyydellä purkin sisältö on a) syömiskelpoista jogurttia b) piimää c) pilaantunutta jogurttia d) joko pilaantunutta tai syömiskelpoista jogurttia?

12. Mikä on todennäköisyys sille, että umpimähkään valitun, vuonna 1978 syntyneen henkilön sosiaaliturvatunnuksen (****78-016N) kaksi ensimmäistä numeroa ovat
a) 15 b) 29 c) 31? (Tarkat arvot ja 3-desimaaliset likiarvot)

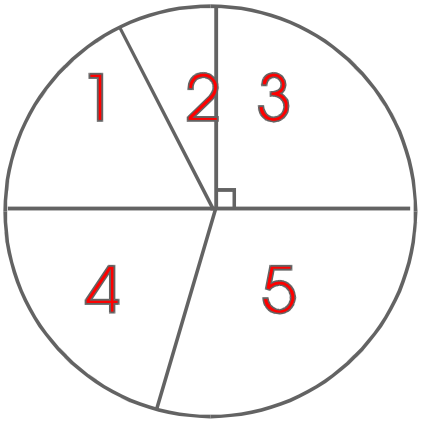
(likiarvot a) 0.033 b) 0.030 c) 0.019)

13. Kolminumeroisen luvun numerot arvotaan 6-kanttisella nopalla. Millä todennäköisyydellä luku on a) 222 b) 651 c) parillinen d) sellainen, ettei sen yksikään numero ole kolmosta suurempi. Ohje: tutki luentoesimerkkiä 6.??

(a) 1/216 d) 1/8)

14. Onnenpyörässä kakkosella merkityn sektorin keskuskulma on 30°, ja nelosella merkityn 75°. Millä todennäköisyydellä onnenpyörä pysähtyy

a) numeroon 3
b) numeroon 1 tai 2 tai 3
c) muuhun numeroon kuin neloseen (57/72)
d) Mikä olisi (jossakin toisessa onnenpyörässä) sen sektorin keskuskulma, johon pysähtymisen todennäköisyys on 15/32?



15. Kuinka monta erilaista vakioveikkausriviä on olemassa? Vakioveikkausrivi tiettävästi määräytyy kolmentoista jalkapallo-ottelun tuloksesta. Kohde on veikattu oikein, jos veikkaajalla on ykkönen ja kotijoukkue voittaa taikka jos veikkaajalla on risti tasapelin sattuessa ja kakkonen kotijoukkueen hävitessä. (1594323)

16. Numeroista 1,2,3 ja 4 muodostetaan kolminumeroisia lukuja. Kuinka monta tällaista lukua on olemassa, jos

a) sama numero saa esiintyä kussakin luvussa vain kerran (24)
b) numeron esiintymiskertojen lukumäärää luvussa ei ole rajoitettu (64)

17. Luokassa on 36 oppilasta, joista 24 on tyttöjä. Pojista 7 ja tytöistä 14 on yli 18-vuotiasta. Kun huumevalistusta antava vieraileva luennoitsija valitsee tiettyä demonstraatiota varten umpimähkään luokasta yhden koehenkilön, millä toden-näköisyydellä tämä on

a) alle 18-vuotias tyttö b) poika c) 18 vuotta täyttänyt

18. Muutoin sama asetelma kuin tehtävässä 18, mutta nyt luennoitsija valitsee kaksi koehenkilöä. Millä todennäköisyydellä

a) molemmat ovat tyttöjä (46/105)
b) molemmat ovat alle 18-vuotiaita poikia (1/63)

19. Kuinka monta erilaista rekisterilaattaa on olemassa, jos tunnus koostuu kolmesta kirjaimesta (käytettävissä 26 kirjainta) ja kolminumeroisesta luvusta, jonka ensimmäinen numero ei saa olla nolla (15818400)

20. Suomen kielen aakkosissa on 29 kirjainta.
a) Jos valitaan umpimähkään yksi kirjain, millä todennäköisyydellä se on vokaali, kun myös å lasketaan vokaaliksi?
b) Valitaan umpimähkään kolme kirjainta. Millä todennäköisyydellä kaikki ovat vokaaleja, kun sama kirjain voi esiintyä vain yhdesti (2/87)
c) Entä millä todennäköisyydellä kaikki kolme ovat konsonantteja? (190/609)

21. Luokassa on 25 oppilasta, joista 8 on poikia. Oppilaiden joukosta valitaan arpomalla 4–henkinen toimikunta vaikkapa suunnittelemaan abiristeilyn ohjelmaa. Sovitaan vielä, että ensimmäinen arvottu henkilö on puheenjohtaja, toinen vara-puheenjohtaja, kolmas sihteeri ja neljäs tavallinen jäsen. Permutaatioita käyttäen on laskettava,
a) Kuinka monta erilaista toimikuntaa on.
b) millä todennäköisyydellä kaikki toimikunnan jäsenet ovat poikia (7/1265)
c) millä todennäköisyydellä kaikki toimikunnan jäsenet ovat tyttöjä (238/1265)
d) millä todennäköisyydellä Juha-Matti on puheenjohtaja ja toimikunnan kaikki muut jäsenet tyttöjä (17/1265, luokassa vain yksi Juha-Matti).

22. Matin käteen on jäänyt kolme numeroarvoltaan erilaista pelikorttia. Hän laskee ne pöydälle päällekkäin. Millä todennäköisyydellä kortit ovat numeroarvojen mukaisessa kasvavassa suuruusjärjestyksessä pienin alimpana ja suurin ylimpänä? (1/6)

23. Seitsemänhenkisessä suunnistusviestijoukkueessa on kolme poikaa ja neljä tyttöä. Taipaleelle lähtöjärjestys arvotaan. Millä todennäköisyydellä
a) tytöille lankeaa neljä viimeistä osuutta? Ohje: Yhdistä tuloperiaatetta ja permutaatioita! (1/35)
b) viestikapulan tuoja antaa sen joka kerta eri sukupuolta olevalle lähtijälle?

24. Kuinka monella eri tavalla voivat Jukolan seitsemän veljestä asettua jonoon, jos
a) Eero on toisena
b) Simeoni on viimeisenä, mutta järjestys muuten vapaa
c) Eero on toisena ja Simeoni viimeisenä (120)

25. Hanna-Mari vaihtaa autoonsa vanhat kesärenkaat, mutta ei muistanut merkitä syksyllä näiden paikkoja. Tällöin kesärenkaat tulevat täysin satunnaisesti kukin paikkaansa. Millä todennäköisyydellä
a) jokainen rengas on samalla paikalla kuin edelliskesänä (1/24)
b) kaikkien kesärenkaiden pyörimissuunta on sama kuin edelliskesänä? (1/6)

26. Laske a) $\binom{5}{0}$ b) $\binom{5}{1}$ c) $\binom{5}{2}$ d) $\binom{5}{3}$ e) $\binom{5}{4}$ f) $\binom{5}{5}$

27. Laske $\binom{n}{1}+\binom{n}{2}$ $\left(\frac{n^2+n}{2}\right)$

28. Erikan kynäpenaalissa on 9 kuulakärkikynää. Neljä kynistä jättää kirjoitettaessa punaisen jäljen ja viisi sinisen. Erika valitsee laukustaan umpimähkään neljä kynää. Laske kombinaatioita käyttäen, millä todennäköisyydellä Erikan valitsemista kynistä
a) kaikki jättävät kirjoitettaessa sinisen jäljen (5/126)
b) kaksi kynistä jättää punaisen ja kaksi sinisen jäljen (10/21)
Ohje: Sovella b)-kohdassa sekä kombinaatioita että tuloperiaatetta yläkertaan!

29. Kolmimastofregatti SININ miehistöä on ollut juhlimassa San Franciscon satama-kuppilassa, osa heistä on siellä hulinoinut ja paikkoja kuulemma särkenyt. Kun aluksen lastaaminen kestää yli seuraavankin viikonlopun, kapteeni Juho on antanut määräyksen, jonka mukaan lauantai-iltana maihin pääsee vain neljä miestä, jotka arvotaan. Maihin halukkaita miehiä (jotka eivät olleet osallistuneet kaluston särkemiseen) ilmoittautui 14 suomalaista, 10 eestiläistä ja 6 venäläistä. Laske kombinaatioita käyttäen, millä todennäköisyydellä maihin pääseviä suomalaisia on
a) 0 b) 1 c) 2 (104/261) d) 3 e) 4.

f) Tarkista lopuksi, että kaikkien saamiesi viiden todennäköisyyden yhteissumma on täsmälleen 1.

30. Neljä gansteripomoa on kokoontunut neuvotteluun, kun äkkiä annetaan ratsiahälytys. Juostessaan pimeän eteisen läpi he sieppaavat naulakosta, jossa sillä hetkellä heidän hattujensa lisäksi on syvemmällä talossa muissa tehtävissä olevien kuuden henkivartijan hatut, kukin umpimähkään yhden hatun ja säntäävät salakäytävän kautta pakoon. Millä todennäköisyydellä
a) kukin pomo sieppasi oman hattunsa (1/5040)
b) kukin pomo sieppasi hatun, joka ei ollut kenenkään henkivartijan (1/210)

c) kaikkien pomojen ikiomat hatut jäivät naulakkoon (1/14)

31. Tavallisesta 52 kortin pakasta otetaan umpimähkään 5 korttia. Millä todennäköisyydellä
a) Neljä korteista on samaa maata ja yksi muuta maata (143/3332)
b) korteista neljä on samanarvoista eli saadaan pokerin neloset. (1/4165)

32. Jääkaapissa on 8 kpl kahden desilitran jogurttipurkkeja, joiden joukossa on ilkeän kyläkauppiaan Einon mukaan sujauttamat kaksi pilaantunutta, viimeisen käyttö-päivän ohittanutta jogurttia. Hirmunälkäinen Helena tulee koulusta ja syö kolme jogurttia. Millä todennäköisyydellä hänen syömistään jogurteista syömiskelpoisia (siis ei-pilaantuneita) oli
a) kaksi (15/28) b) korkeintaan yksi (3/28) c) ainakin 2 (25/28),

33. Kirjahyllyssään olevista kuudesta puhdashenkisestä tyttökirjasta Erja on joskus lukenut kaksi, mutta ei hiukkaakaan muista, mitkä kaksi, kun hän kiireessä sieppaa mainituista teoksista kaksi lomalukemiseksi. Millä todennäköisyydellä a) hän ei ole lukenut kumpaakaan niistä? (2/5)
b) on lukenut niistä korkeintaan toisen? (14/15)

34. Hatussa on 4 valkoista ja 5 mustaa kuulaa. Näistä valitaan umpimähkään kaksi. Millä todennäköisyydellä molemmat ovat a) mustia (5/18) b) samanvärisiä (4/9) c) erivärisiä (5/9)

35. Juholla on taskun pohjalla kuusi lähes samankokoista lanttia. Kolme näistä on ruotsalaista, kaksi norjalaista ja yksi euron kolikko. Kun Juho ottaa taskustaan nenäliinan, sen mukana nousee lanteista kaksi. Millä todennäköisyydellä molemmat lantit ovat
a) euroja
b) ruotsin rahaa
c)saman valtakunnan valuuttaa
d) eri valtakunnan valuuttaa (11/15)

36. Millä todennäköisyydellä ensi lauantaina arvottavassa lottorivissä
a) esiintyy numero 39 varsinaisena numerona?
b) numerot 1 ja 2 esiintyvät **varsinaisten** numeroiden joukossa? (a) 0.179487.....)

37. 37.Tavallisesta 52 kortin pakasta otetaan umpimähkään 5 korttia. Millä todennäköi- syydellä kortista ainakin yksi on
a) numeroarvoltaan ässä? (0.341158.....)
b) ruutua? (0.778466.....)

38. Kuusikanttista noppaa heitetään neljä kertaa. Millä todennäköisyydellä
a) ei esiinny yhtään parillista numeroa
b) ainakin yhdessä heitosta silmäluku on parillinen (15/16)
c) saadaan ainakin yksi kuutonen? (671/1296)

39. 39. Antti ja Minna ampuvat savikiekkoja. Minnan todennäköisyys osua kiekkoon on 0.15 ja Antin 0.75. Kumpikin ampuu yhden laukauksen. Millä todennäköisyydellä kumpikin a) osuu b) ampuu ohi (n. 0.21)? c) Millähän todennäköisyydellä Antti osuu ja Minna ampuu ohi (n. 0.64)

40. Maanviljelijä Peltomiehen aitassa on neljä laaria. Näistä ensimmäinen laskettuna oviaukosta vasemmalle on täynnä Pekka-ruista, toinen lähes täynnä Pirkka-ohraa, kolmas puolillaan Aulis-vehnää ja neljäs lähes puolillaan Bendec-kauraa. Vilja-lajien itämistodennäköisyydet vastaavassa järjestyksessä ovat 0.95, 0.85, 0.75 ja 0.65. Kylvetään hyvään maahan kutakin lajia yksi siemen.
   a. Millä todennäköisyydellä kauransiemen ei idä, mutta muut kolme itävät?
   b. kaikki neljä itävät?
   c. kylvetyistä siemenistä itää vähintään kolme? (n. 0.827)

41. Noppaa heitetään kuusi kertaa. Millä todennäköisyydellä saadaan täsmälleen kaksi a) kuutosta (3125/15552) b) parillista (15/64)

42. Jyväskylästä voi ajaa Lahteen paitsi kantatietä 24 Jämsän kautta myös valtatietä 4 Joutsan-Heinolan kautta. On seurattu, että kolme viidestä rekasta valitsee reitin Jämsän kautta eli todennäköisyys sille, että umpimähkään valittu rekka valitsee Jämsän tien on 0.60. Millä todennäköisyydellä viidestä rekasta täsmälleen kolme valitsee Jämsän reitin? (216/625)

43. Pasi etuilee ruokajonossa joka päivä. Ilmiöön on ruvettu kiinnittämään vakavaa huomiota, ja aina kun Pasin etuilu huomataan, hän joutuu ruokajonossa viimeiseksi. Pasi on kuitenkin tullut ovelaksi keksimään hyviä etuilemismenetelmiä, ja pystyy välttämään valvovan silmän. Pienet ekaluokkalaiset ovat vaivaantuneina panneet merkille, että harvoin silmä etuilua näkeekään. Seurattu on, että yksittäisenä päivänä tapahtumalle A = {Pasin etuilu huomataan} P(A) = 0.2. Millä toden-näköisyydellä Pasi umpimähkään valitulla kokonaisella kouluviikolla joutuu ruokajonossa viimeiseksi korkeintaan kerran?

44. Englannissa oli kerran niin ankara lumipyry, että kaikki Suomessa vakioveikkaus-kohteina olleet jalkapallo-ottelut jouduttiin peruuttamaan

ja koko veikkausrivi arvottiin niin, että P(ykkönen) = P(risti) = P(kakkonen) = 1/3. Millä todennäköisyydellä satunnaisesti täytetyssä rivissä oli
a) 10 oikein (0.001435...)
b) korkeintaan 1 oikein.

45. Vesa laukaisee viisi kertaa maalia kohti. Jokaisen yksittäisen laukauksen maaliinosumistodennäköisyys muista riippumatta on 0.84. Olkoot k niiden luotien luku-määrä, jotka osuvat maaliin. Laske kaikki todennäköisyydet P(k = 0), P(k = 1), ... , P(k = 5) ja taulukoi tulokset. Vastaa sitten taulukon perusteella
a) Millä maaliinosumiskertojen lukumäärällä on suurin todennäköisyys? Millä todennäköisyydellä osumia on
b) vähintään neljä
c) enintään kaksi

46. Käpykylässä oli 4759 äänioikeutettua asukasta. Kunnallisvaalien tulosten selvittyä todettiin, että 3746 oli käyttänyt äänioikeuttaan. Millä todennäköisyydellä satunnaisesti valituista kolmesta henkilöistä a) oli jättänyt äänestämättä korkeintaan yksi b) kaikki kolme olivat äänestäneet.

47. Poimitaan umpimähkään reaaliluku väliltä [0, 1] = $0 \leq x \leq 1$. Millä todennäköisyydellä sen desimaaliesityksen kaksi ensimmäistä numeroa ovat
a) 2 ja 8 b) molemmat keskenään samat?

48. R-säteisen ympyrän kehältä valitaan umpimähkään kaksi pistettä. Millä toden-näköisyydellä pisteitä yhdistävä jänne on ympyrän sädettä lyhyempi?

49. Käpykylän kunnallisvaaleissa eri vaaliliittojen saamat äänimäärät jakaantuivat seuraavasti:

Kokoomus	Kristilliset ja keskusta	SDP	Vihreät	Vasemmisto-liitto	Suomi suureksi, Viena vapaaksi
747	1333	746	66	311	543

Millä todennäköisyydellä satunnaisesti valituista neljästä henkilöistä
a) yksi äänesti kokoomusta, yksi SDP:tä ja kaksi Kristillisten ja keskustan vaaliliittoa?
b) kukaan ei äänestänyt kokoomusta?

50. Puhelinlinja kulkee rautatien vieressä. Linja puretaan, kun pylväät ovat lahoja. Eräänä hyvin puuskamyrskyisenä yönä, kun pylväät törröttävät jo ilman lankoja, pylväs kaatuu aivan maan rajasta ja aivan arvaamattomaan suuntaan. Millä todennäköisyydellä se osuu kiskoon, kun pylvään juurelta on kiskoon matkaa 6 m ja pylvään katkenneen osan pituus on 8 m?

51. Satunnaismuuttuja $\underline{x}$ antaa lottorivissä olevien oikein veikattujen numeroiden lukumäärän. Laadi $\underline{x}$:n todennäköisyysjakauma. Taulukoi tulokset. Voit jättää tuloksen 6 + 1 todennäköisyyden laskematta.

52. Varaosaliike ilmoittaa, että sen saamassa latausgeneraattorin säätimiä sisältävässä lähetyksessä on viallisia säätimiä 16 %. Autosähkö Leppäsen juoksupoika käy ostamassa kolme säädintä. Satunnaismuuttuja $\underline{x}$ ilmoittaa viallisten säätimien lukumäärän. Laadi $\underline{x}$:n todennäköisyysjakauma ja esitä se graafisesti.

53. Jääkaapissa on 10 jogurttia, joista neljä on pilaantunutta. Hirmunälkäinen Helena taas koulusta ja syö kolme jogurttia. Satunnaismuuttuja $\underline{x}$ ilmoittaa syödyistä jogurteista pilaantuneiden lukumäärän. Laadi todennäköisyysjakauma ja esitä se graafisesti. Laske $\underline{x}$:n odotusarvo $E\underline{x}$. (6/5)

54. Navetassa on karsina, karsinassa neljä sikaa, joiden massat kilogrammoina ovat 77, 84, 93 ja 98 kg. Teurastaja-Tuomas tulee, koska hänet on tilattu, ja poimii karsinasta umpimähkään kaksi sikaa hetkellä, jolloin sähköt ovat poikki ja navetassa muutoinkin hyvin hämärää. Satunnaismuuttuja $\underline{x}$ ilmoittaa valituiksi tulleista kahdesta siasta suuremman massan.
Laadi $\underline{x}$:n todennäköisyysjakauma, esitä se graafisesti, laske sen odotusarvo ja keskihajonta.
Ohje: Kun kaksi sikaa on valittu, $\underline{x}$ voi saada kolme erilaista arvoa. Laske erikseen jokaisen todennäköisyys vaikka kirjaamalla kaikki mahdolliset sikaparit näkyviin.
($E\underline{x}$ = 94 kg ja $D\underline{x}$ = 5 kg).

55. (Syksy 1980.) Huoneessa on 4 naista ja 5 miestä. Huoneesta kutsutaan umpimähkään 4 henkilöä. Satunnaismuuttuja $\underline{x}$ ilmaisee, kuinka monta kutsutuista on miehiä. Laske todennäköisyydet $P(\underline{x} = 0)$, $P(\underline{x} = 1)$, $P(\underline{x} = 2)$, $P(\underline{x} = 3)$, $P(\underline{x} = 4)$ ja sekä $E\underline{x}$ että $D\underline{x}$. (Esim. $P(\underline{x} = 2) = 10/21$, $E\underline{x} = 20/9$)

56. 56.Markus yleensä pärjää hyvin kuullunymmärtämiskokeessa. Eräänä aamuna hän saa oppilastungoksessa kirjeen, jonka oleellinen sisältö on seuraava: ”…joten emmekö voi olla vain ystäviä...”. Syystä Markus on hyvin kuohuksissaan (tyttö oli kaunis), eikä Markus siten pysty keskittymään kuunteluun yhtään vähää. Hän vastaa kaikkiin 20 kysymykseen puhtaasti arvaamalla. (jokaisessa 4 vaihtoehtoa)
a) Laske oikeitten vastauksien lukumäärän odotusarvo ja keskihajonta (5 ja 1.9437)
b) Millä todennäköisyydellä Markuksella on enemmän kuin 5 oikein?

57. Heitetään tavallista 6-kanttista noppaa kerran. Määritä silmäluvun kertymäfunktio ja piirrä sen kuvaaja.

58. Tavallisesta 52 kortin pakasta otetaan 5 korttia. Satunnaismuuttuja $\underline{x}$ ilmoittaa, kuinka moni korteista on ruutua. Määritä $\underline{x}$:n todennäköisyysjakauma ja esitä se graafisesti janadiagrammina. Määritä sitten $\underline{x}$:n kertymäfunktio ja piirrä sen kuvaaja.

59. Suvin pupulla on neljä pentua. Satunnaismuuttuja $\underline{x}$ ilmoittaa, kuinka monta pennuista on naaraita. Määritä $\underline{x}$:n todennäköisyysjakauma ja esitä se graafisesti jana-diagrammina. Määritä sitten $\underline{x}$:n kertymäfunktio ja piirrä sen kuvaaja.

60. Olkoon $f(x) = \begin{cases} kx, \text{ kun } 0 \le x \le 4 \\ 0 \text{ , muulloin} \end{cases}$
a) Määritä k siten, että f olisi erään jatkuvan satunnaismuuttujan tiheysfunktio.(1/8)
b) Piirrä funktion kuvaaja.
c) Määritä kertymäfunktio ja piirrä sen kuvaaja
d) Määritä kertymäfunktion avulla todennäköisyydet
$P(\underline{x} < ½)$ ja $P(1 \le \underline{x} < 3)$

61. Olkoot $f(x) = \begin{cases} c, \text{ kun } 0 \le x < 10 \\ 0, \text{ muualla} \end{cases}$
a) Määritä vakio c siten, että funktio f olisi erään jatkuvan satunnaismuuttujan tiheysfunktio ja piirrä funktion f kuvaaja.
b) Määritä f:n kertymäfunktio F ja piirrä sen kuvaaja.
c) Määritä kertymäfunktion avulla todennäköisyydet
$P(\underline{x} \le 0.35)$, $P(\underline{x} > 0.28)$ ja $P(0.22 \le \underline{x}\ 0.77)$.

62. Erään satunnaismuuttujan kertymäfunktio $F(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{x+1}, \text{kun } x \geq 0 \\ 0 \quad , \text{kun } x < 0 \end{cases}$

Laske a) $P(\underline{x} \leq 2)$ b) $P(1 \leq \underline{x} < 6)$ c) $P(\underline{x} > 1½)$ (2/5)

63. Olkoon $f(x) = \begin{cases} kx - 3k, \text{ kun } 1 \leq x < 3 \\ 0 \quad , \text{muualla} \end{cases}$

Määritä vakio k siten, että f olisi erään satunnaismuuttujan tiheysfunktio ja määritä edelleen $P(\underline{x} \leq 2)$ ja $P(1.4 \leq \underline{x} < 2.4)$ (0.55)

64. Satunnaismuuttuja $\underline{x}$ noudattaa normeerattua normaalijakaumaa. Määritä kertymäfunktiotaulukon avulla
a) $P(\underline{x} \leq 1.0)$ b) $P(\underline{x} > 0.6)$ c) $P(1.0 \leq \underline{x} < 1.5)$ (0.0919)

65. Määritä x, kun $\underline{x}$ noudattaa normeerattua normaalijakaumaa ja
a) $P(\underline{x} \leq x) = 0.6844$ b) $P(-x \leq \underline{x} < x) = 0.90$

66. Satunnaismuuttuja $\underline{x}$ noudattaa normaalijakaumaa N(0,1). Määritä
a) $P(\underline{x} \leq -0.35)$ b) $P(-1 \leq \underline{x} < 1)$ c) $P(-0.50 \leq \underline{x} < 0.65)$
(0.3632 0.6826 0.4337)

67. Satunnaismuuttuja $\underline{x}$ noudattaa normaalijakaumaa N(0,1). Määritä x, kun
a) $P(\underline{x} \leq x) = 0.9756$ b) $P(\underline{x} \leq x) = 0.9993$ c) $P(\underline{x} > x) = 0.5794$

68. Satunnaismuuttuja $\underline{x}$ noudattaa normaalijakaumaa N(0,1). Määritä x, kun
a) $P(0.12 \leq \underline{x} < x) = 0.3332$ b) $P(-x \leq \underline{x} < x) = 0.50$

69. Satunnaismuuttuja $\underline{x}$ noudattaa normaalijakaumaa N(1,2). Määritä
a) $P(\underline{x} \leq 2)$ b) $P(\underline{x} > 0)$ c) $P(0 \leq \underline{x} < 1)$ d) $P(0.50 \leq \underline{x} < 1.50)$
(0.69.. 0.6... 0.19.. 0.19... ota kaikkiin 4 desimaalia)

70. Erään ihmispopulaation jäsenillä älykkyysosamäärä noudattaa normaalijakaumaa N(100,15). Millä todennäköisyydellä umpimähkään valitun henkilön älykkyys-osamäärä on a) yli 130 b) alle 80 c) vähintään 90, mutta enintään 110 ?
(0.023 0.092 0.4... ; muista 4 desimaalia)

71. Eräässä valintakokeessa saatiin vastauspistemäärille normaalijakauma N(24,6). Kun täytyy hylätä vähintään neljäsosa hakijoista, mihin asetetaan hylkäämisraja?

72. Risteyksessä on nopeusrajoitus 60 km/h. Reinikainen oli puskassa tutkan kanssa ja totesi nopeuksien jakautuneen normaalisti N(66,12). Kuinka monta prosenttia ajoneuvoista a) ajoi ylinopeutta b) ylitti 75 km/h (n 23 %) c) ylitti 85 km/h

73. Pussissa olevan vehnäjauhon nettomassa grammoina noudattaa normaalijakaumaa N(2005,11). Määritä luku a siten, että vähintään 96% pusseista sisältää vähintään a grammaa vehnäjauhoja.

74. Voin pakkauskone tuottaa normaalisti jakaantuneita voipaketteja $N(\mu,\ 15)$, missä jakauman keskikohtaa μ voidaan säätää. Miten μ pitää valita, kun halutaan, että ainakin 80% paketeista sisältää vähintään 1000 g voita.

75. Binomijakaumaa voidaan pitää likipitäen normaalijakaumana, kun n on suuri. Markus on saanut uudestaan ikävän kirjeen ja joutuu saksan kuullunymmärtämis-kokeessa kaikkiin kolmeenkymmeneen kysymykseen vastaamaan jälleen puhtaasti arvaamalla. Millä todennäköisyydellä hänellä on oikeita vastausvaihto-ehtoja vähintään 15? Jokaisessa osiossa on neljä vastausvaihtoehtoa. (0.001)