14. KATSAUS TODENNÄKÖISYYSLASKENNTAAN

Todennäköisyysjakaumien yhteydessä käsiteltiin diskreettiä tai jatkuvaa satunnaismuuttujaa. Näitä kuvaamaan määriteltiin tiheysfunktio ja kertymäfunktio, määriteltiinpä vielä odotusarvo ja keskihajontakin. Asioiden astetta syvempi käsittely jäi tuolloin suorittamatta, koska erityisesti jatkuvan satunnaismuuttujan tiheys- ja kertymäfunktioiden käsittely olisi vaatinut integraalilaskentaa.

Diskreetti satunnaismuuttuja voi saada vain yksittäisiä arvoja (kuten tavallisen kuusikanttisen nopan heitossa tai nelilapsisessa perheessä tyttöjen lukumäärä). Sen odotusarvo saadaan summana, jonka termit ovat tuloja, joissa jokainen satunnais-muuttujan arvo kerrotaan todennäköisyydellään:

$$E\underline{x} = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i, \text{ missä } \sum_{i=1}^{n} p_i = 1 \ .$$

Jatkuva satunnaismuuttuja voi taas saada minkä tahansa arvon, tavallisimmin joltakin reaaliakselin osaväliltä (kuten vaikkapa 500 g voipaketin massa). Jatkuvan satunnaismuuttujan tiheysfunktio f toteuttaa seuraavat ominaisuudet:

$f(x) \geq 0$ kaikilla muuttujan x arvoilla

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$$

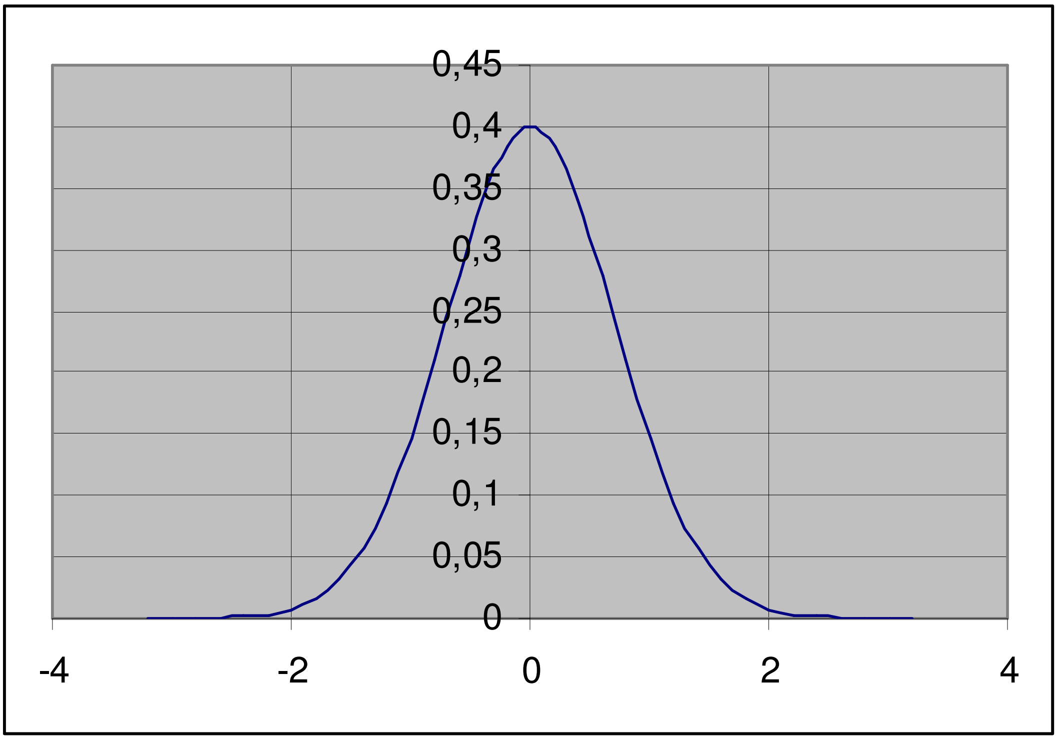
Normaalijakaumaan liittyviä tehtäviä esiintyi todennäköisyyslaskennan kurssin loppupuolella. Näissä hyödynnettiin normeeratun normaalijakauman taulukkoa, joka perustuu integraaliin $\int_{-\infty}^{a} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$. Voidaan nimittäin osoittaa, että integraali $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = 1$. Integraalin arvon laskeminen ei kuitenkaan tavallisin keinoin onnistu. Sen sijaan normaalijakaumaa noudattavan satunnaismuuttujan odotusarvoihin liittyvien laskujen läpivienti onnistuu tavallisilla koulutiedoilla hyvinkin, sillä integraaliin

$$E\underline{x} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

järjestyy sisäfunktion derivaatta melko vähin sievennystoimenpitein, mutta itse todennäköisyyden $P(\underline{x} < a) = \int_{-\infty}^{a} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$ määrittäminen lukiotiedoin integraalina jää suorittamatta.

Huomaa, että funktion f: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ kuvaajan ja x-akselin jäävän alueen pinta-ala on tasan ykkönen ja todennäköisyyden $P(\underline{x} < a)$ antaa sanotun funktion, x-akselin ja suoran $x = a$ rajoittama ala, sijaiten suorasta $x = a$ vasemmalle.

Normeeratun normaalijakauman tiheysfunktio



Jatkuvan satunnaismuuttujan todennäköisyyksiin liittyvissä tehtävissä joutuu tutkimaan tiheysfunktioon liittyviä seikkoja. Tulee muistaa, että tiheysfunktion kuvaaja ei saa käydä missään x-akselin alapuolella ja sen tulee rajoittaa x-akselin kanssa pinta, jonka ala on tasan ykkönen. Näillä tiedoilla pärjää pitkälle.